

## ขั้นตอนการหาวิธีสำหรับปัญหาการจัดตั้ง ศูนย์กระจายสินค้าโดยการแบ่งระบบออกเป็นสองระดับ

สุภาลิน ศรีณย์วงศ์<sup>1</sup> และ จูลิน ลิคะสิริ<sup>2</sup>

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ อ.เมือง จ.เชียงใหม่ 50200

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าในห่วงโซ่อุปทานโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างศูนย์กระจายสินค้าให้เพียงพอต่อความต้องการของลูกค้าและเพื่อให้ค่าใช้จ่ายในระบบการกระจายสินค้าจากโรงงานไปยังลูกค้ามีค่าต่ำที่สุด ปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าเป็นการกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมสองระดับ โดยแบบจำลองระดับบนและระดับล่างเป็นการหาวิธีการส่งสินค้าจากโรงงานไปยังศูนย์กระจายสินค้าและจากศูนย์กระจายสินค้าไปยังลูกค้าตามลำดับ เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งมีค่าต่ำที่สุด ในงานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการหาคำตอบในปัญหาระดับล่างทั้งหมด 6 วิธี นอกจากนี้ยังมีการนำคำตอบที่ได้จากการจำลองสถานการณ์ทางคอมพิวเตอร์มาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธี ที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ด้วย

**คำสำคัญ:** ปัญหาการกระจายสินค้า, ห่วงโซ่อุปทาน, กำหนดการสองระดับ

\* Corresponding author. E-mail: chulin.l@cmu.ac.th

<sup>1</sup> นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

<sup>2</sup> ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

## Algorithms for distribution center problem via bi-level programming.

Supalin Saranwong<sup>1</sup> Chulin Likasiri<sup>\*2</sup>

Department of Mathematics, Faculty of Science, Chiang Mai University,  
Muang, Chiang Mai 50200

---

### Abstract

In this work, we study the distribution center (DC) location problem in a supply chain network. The aims of this problem are to locate a distribution center to meet the needs of customers and to minimize the total cost of product distribution from plants to customers. This problem is represented by a bi-level mixed-integer programming model where the upper- and lower-level models are used to ascertain the minimum cost flows of products from plants to DCs and from DCs to customers, respectively. This paper presents 6 algorithms to solve the lower-level problem with computational simulations to compare their efficiency.

**Keywords:** Distribution centers problem, Supply chain, Bi-level programming

---

\* Corresponding author. E-mail: chulin.l@cmu.ac.th

<sup>1</sup> Doctor of Philosophy Student in Department of Mathematics, Faculty of Science, Chiang Mai University

<sup>2</sup> Assistant Professor in Department of Mathematics, Faculty of Science, Chiang Mai University

## 1. บทนำ

การจัดการห่วงโซ่อุปทานเป็นการใช้กระบวนการต่างๆ หรือองค์กรต่างๆ ประยุตต์เข้าด้วยกันเพื่อแปรสภาพวัตถุดิบ ให้กลายเป็นสินค้าเพื่อส่งต่อไปยังลูกค้า โดยมีจุดมุ่งหมาย เพื่อสร้างความพึงพอใจให้กับลูกค้า โดยทั่วไปส่วนประกอบ ของห่วงโซ่อุปทานสามารถจำแนกได้ดังนี้ 1. ผู้จัดหาวัตถุดิบ 2. ผู้ผลิต 3. ผู้กระจายสินค้า 4. ผู้บริโภค ปัญหาการจัดตั้ง ศูนย์กระจายสินค้าเป็นเพียงส่วนหนึ่งของการจัดการห่วงโซ่ อุปทานซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อกำหนดแหล่งที่ตั้งของศูนย์การ กระจายสินค้าและบริการเพื่อให้เพียงพอต่อความต้องการ ของผู้บริโภคหรือเพื่อให้เกิดการกระจายสินค้าอย่างทั่วถึง

ปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าถือเป็นปัญหา การจัดตั้งโรงงาน (Facility location problem) ซึ่งมี วัตถุประสงค์เพื่อกำหนดแหล่งที่ตั้งของศูนย์การกระจาย สินค้าและจัดสรรความต้องการของลูกค้าให้แก่ศูนย์กระจาย สินค้า โดยต้องการให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด การทำ วิจัยด้านโลจิสติกส์และห่วงโซ่อุปทานมีผู้ให้ความสนใจ ในการศึกษาปัญหาการจัดตั้งโรงงานอย่างกว้างขวาง ในปี ค.ศ. 1974 [1] เสนอวิธีการแบ่งปัญหาการกระจาย สินค้าหลายชนิดจากโรงงานไปยังลูกค้าออกเป็นปัญหาย่อย โดยใช้หลักการเบนเดอริตคอมโพสิชัน (Benders decomposition) ต่อมา [2] ได้นำเสนอแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์สำหรับปัญหาการจัดตั้งโรงงานในลักษณะต่างๆ ในปี ค.ศ. 1985 โดยแบ่งแบบจำลองออกเป็นหลายลักษณะ ดังนี้ ปัญหาที่มีข้อจำกัดด้านการผลิต (Capacitated facility location problem) ปัญหาที่ไม่มีข้อจำกัดด้านการ ผลิต (Uncapacitated facility location problem) ปัญหาที่มีคลังสินค้าเพียงแห่งเดียว (Single warehouse echelon facility location problem) ปัญหาที่มีคลังสินค้า หลายแห่ง (Multi-warehouse echelon facility location problem) ปัญหาที่ไม่มีข้อจำกัดแบบพลวัต (Dynamic uncapacitated facility location problem) และปัญหาที่มีความต้องการของลูกค้าแบบสุ่ม (Stochastic facility location problem) ต่อมาในปี ค.ศ. 1998 มีการ นำเสนอวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่มีสินค้าหลายชนิด

(Multi-commodity) มีโรงงานหลายแห่ง (Multi-plant) และมีข้อจำกัดด้านการผลิต โดยวิธีการหาคำตอบแบบฮิวริ สติกส์ด้วยการผ่อนปรนปัญหาแบบลากรังจ์ (Lagrangian relaxation) [3] ซึ่งในปีเดียวกันนั้น [4] ได้เสนอวิธีการหา คำตอบแบบแตกกิ่งและกำหนดขอบเขต (Branch and bound) สำหรับปัญหาการกระจายสินค้าที่มีสินค้าหลาย ชนิดโดยมีเงื่อนไขว่าลูกค้าสามารถรับบริการหรือสินค้าได้ จากศูนย์กระจายสินค้าเพียงที่เดียวเท่านั้น ต่อมาในปี ค.ศ. 2003 วิธีการหาคำตอบแบบซิมูเลตเต็ดแอนนิลลิง (Simulated annealing) ได้ถูกนำเสนอเพื่อแก้ปัญหาการ กระจายสินค้าที่มีคลังสินค้าแบบครอสดีคกิ้ง (Cross-docking) หรือคลังสินค้าที่ไม่มีการเก็บรักษาสินค้าในคลัง สินค้าเลย [5] จากนั้นปี ค.ศ. 2010 ขั้นตอนวิธีที่เกิดจากการ ประยุตต์วิธีการค้นหาคำตอบแบบทาบู (Tabu-search) และการแยกปัญหาออกเป็น ส่วนๆ (Decomposed optimization) เข้าด้วยกันได้ถูกนำเสนอเพื่อหาคำตอบแบบ ฮิวริสติกส์สำหรับปัญหาการกระจายสินค้า [6]

การหาค่าเหมาะที่สุดสำหรับปัญหากำหนดการสอง ระดับ (Bi-level programming problem) เป็นกำหนด การเชิงคณิตศาสตร์ที่การหาค่าเหมาะที่สุดที่สุดในปัญหา ระดับบน (Upper-level problem) มีเงื่อนไขบังคับที่ได้มา จากการหาค่าเหมาะที่สุดที่สุดในปัญหาระดับล่าง (Lower-level problem) โดยทั่วไปปัญหากำหนดการสองระดับนั้น ยากต่อการหาคำตอบ เพราะเป็นปัญหาเอ็นพีแบบยาก (NP-hard) [7] นอกจากนี้ยังมีคุณสมบัติไม่เป็นคอนเวกซ์ (Non-convexity) ถึงแม้ปัญหาระดับบนและระดับล่างจะเป็นคอน เวกซ์ก็ตาม [8] ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันมีผู้พัฒนาวิธีการหา คำตอบของปัญหากำหนดการสองระดับมากมายหลายวิธี เช่น ขั้นตอนวิธีที่ดีที่สุดอันดับที่  $k$  ( $k$ -th best algorithm) [9] การค้นหาแบบตะแกรง (Grid search) [10] การแจง นับโดยปริยาย (Implicit enumeration) [11] การแตกกิ่ง และกำหนดขอบเขต [12] วิธีการใช้ฟังก์ชันค่าปรับ (Penalty function method) [13] และขั้นตอนวิธีเชิง พันธุกรรม (Genetic algorithm) [14] ถึงแม้ว่าปัญหาการ จัดตั้งโรงงานและปัญหากำหนดการสองระดับจะมีผู้ทำ

การศึกษาอย่างกว้างขวางนับตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน แต่มีผู้สนใจที่จะนำปัญหาการจัดตั้งโรงงานมาศึกษาในรูปแบบปัญหาคำหนดการสองระดับไม่มากนัก เช่น ในปี ค.ศ.1999 [15] ได้เสนอแบบจำลองกำหนดการสองระดับเพื่อหาตำแหน่งการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าและปริมาณความจุของศูนย์กระจายสินค้าที่เหมาะสมที่สุดโดยประยุกต์ทฤษฎี

แถวคอย (Queuing theory) และกำหนดการไม่เชิงเส้น (Nonlinear programming) เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหา ต่อมาปี ค.ศ.2004 มีผู้นำเสนอแบบจำลองกำหนด การสองระดับเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการหาความสมดุลของจัดสรรปริมาณงานหรือสินค้าสำหรับแต่ละศูนย์กระจายสินค้าในปัญหาระดับล่างด้วยขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม [16] จากนั้น ในปี ค.ศ.2008 [17] ได้เสนอแบบจำลองกำหนดการสองระดับสำหรับปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้า โดยปัญหาระดับบนเป็นการหาตำแหน่งที่เหมาะสมที่สุดในการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าให้มีค่าใช้จ่ายในการดำเนินการน้อยที่สุด ในขณะที่ปัญหาระดับล่างเป็นการหาการกระจายความต้องการอย่างสมดุลโดยต้องการให้ค่าใช้จ่ายของลูกค้ามีค่าต่ำที่สุด ซึ่งในงานวิจัย [17] ได้เสนอวิธีการหาคำตอบแบบฮิวริสติกส์โดยมีรูปแบบเฉพาะของข้อจำกัดเพื่อกำหนดฟังก์ชันตอบสนองระหว่างกำหนดการทั้งสองระดับ

ในการเลือกบริโภคนสินค้าหรือบริการ ลูกค้ามักเลือกบริโภคนสินค้าหรือรับบริการจากศูนย์กระจายสินค้าตามความสะดวกในการรับบริการและผลประโยชน์ที่ลูกค้าได้รับ ซึ่งผู้ออกแบบหรือพนักงานกลยุทธ์ของบริษัทจะต้องทำการวิเคราะห์หาตำแหน่งของศูนย์กระจายสินค้าที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความต้องการของลูกค้าเป็นหลัก นอกจากนี้ยังต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายในการดำเนินการทั้งหมดเพื่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการลงทุนต่ำที่สุด จากที่กล่าวข้างต้นระบบการกระจายสินค้ามีผู้ทำการตัดสินใจ (Decision-maker) 2 ฝ่าย โดยที่ทั้ง 2 ฝ่าย มีความต้องการที่จะลดค่าใช้จ่ายในการดำเนินการฝ่ายตนให้ได้มากที่สุด แต่ปัญหาของทั้งสองฝ่ายนั้นไม่เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นปัญหาการสร้างศูนย์กระจายสินค้าจึงเหมาะที่จะนำเสนอในรูปแบบจำลองกำหนดการสองระดับเพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของผู้ตัดสินใจทั้งสองฝ่าย

## 2. โครงสร้างปัญหา

### 2.1 การอธิบายปัญหาคำหนดการสองระดับ

ปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าเป็นการบ่งบอกตำแหน่งศูนย์กระจายสินค้าและจัดสรรการไหลของสินค้าผ่านศูนย์กระจายสินค้า การศึกษาปัญหาดังกล่าวส่วนมากมุ่งเน้นไปที่แบบจำลองหนึ่งระดับ (Single level model) แต่งานวิจัยนี้แบ่งปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าออกเป็นสองระดับ (Bi-level model) เนื่องจากระบบมีผู้ทำการตัดสินใจ 2 ฝ่าย ซึ่งทั้ง 2 ฝ่าย มีความต้องการหรือผลประโยชน์ที่แตกต่างกัน ปัญหาระดับบนเป็นการตัดสินใจของนักวางแผนจากบริษัทที่ต้องการที่จะหาค่าใช้จ่ายในการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าและการขนส่งสินค้าระหว่างโรงงานกับศูนย์กระจายสินค้าให้มีค่าต่ำที่สุด ในขณะที่ปัญหาระดับล่างเป็นการตัดสินใจของลูกค้าที่ต้องการจะซื้อสินค้าหรือบริการให้สอดคล้องกับความต้องการโดยมีค่าใช้จ่ายในการเดินทางน้อยที่สุด

ลักษณะสำคัญของปัญหาคำหนดการสองระดับคือการหาค่าเหมาะสมที่สุดในปัญหาระดับบน ได้มาจากการหาค่าเหมาะสมที่สุดในปัญหาระดับล่าง รูปแบบทั่วไปของปัญหาคำหนดการสองระดับสามารถอธิบายได้ดังนี้

$$(U) \quad \text{Min}_x F(x, y(x)) \quad (1)$$

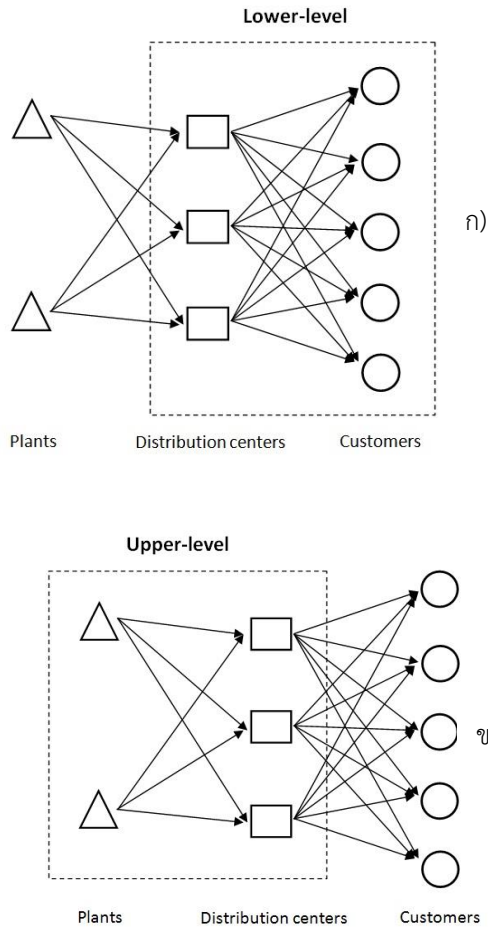
$$\text{s.t. } G(x, y(x)) \leq 0, \quad (2)$$

โดย  $y(x)$  ได้จากการแก้ปัญหาระดับล่างต่อไปนี้

$$(L) \quad \text{Min}_y f(x, y) \quad (3)$$

$$\text{s.t. } g(x, y) \leq 0, \quad (4)$$

แบบจำลอง U เรียกว่า ปัญหาระดับบน (Upper-level problem) และแบบจำลอง L เรียกว่า ปัญหาระดับล่าง (Lower-level problem) ในแบบจำลองข้างต้น  $F(x, y(x))$  และ  $f(x, y)$  คือฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาระดับบนและล่างตามลำดับ  $G(x, y)$  และ  $g(x, y)$  คือเซตข้อจำกัดของปัญหาระดับบนและล่างตามลำดับ โดยที่  $x$  คือตัวแปรตัดสินใจในปัญหาระดับบน และ  $y$  คือตัวแปรตัดสินใจในปัญหาระดับล่าง



รูปที่ 1 ปัญหาการกำหนดการสองระดับ ก) ขอบเขตของปัญหา ระดับบน ข) ขอบเขตของปัญหาระดับล่าง

## 2.2 การอธิบายปัญหาในรูปแบบทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองกำหนดการสองระดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ได้พิจารณาปัญหาที่มีสินค้าเพียงชนิดเดียว มีโรงงานหลายแห่ง และมีศูนย์กระจายสินค้าหลายแห่ง ในระบบประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 3 ส่วน ได้แก่ โรงงาน ศูนย์กระจายสินค้า และลูกค้า โดยมีข้อจำกัดด้านความจุของโรงงานและศูนย์กระจายสินค้า ปัญหาระดับบนเป็นการหาค่าใช้จ่ายในการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าและการขนส่งสินค้า

ระหว่างโรงงานกับศูนย์กระจายสินค้าให้มีค่าต่ำที่สุด ในขณะที่ปัญหาระดับล่างเป็นการหาวิธีสั่งงานหรือระบุความต้องการของลูกค้าในแต่ละศูนย์กระจายสินค้าเพื่อให้ค่าใช้จ่ายของลูกค้ามีค่าน้อยที่สุด

แบบจำลองกำหนดการสองระดับดังกล่าวสามารถอธิบายได้ดังนี้

ปัญหาระดับบน :

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n f_j z_j + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{ij} x_{ij} \quad (5)$$

$$\text{ภายใต้เงื่อนไข:} \quad \sum_{j=1}^n z_j \geq 1 \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq P_i, \quad \forall i \in I \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq P_j^* z_j, \quad \forall j \in J \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^p y_{jk} \leq \sum_{i=1}^m x_{ij}, \quad \forall j \in J \quad (9)$$

$$z_j \in \{0,1\}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

ปัญหาระดับล่าง :

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p C_{jk}^* y_{jk} \quad (10)$$

$$\text{ภายใต้เงื่อนไข:} \quad \sum_{j=1}^n y_{jk} \geq D_k, \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^p y_{jk} \leq \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} \right) z_j, \quad \forall j \in J \quad (12)$$

$$y_{jk} \geq 0$$

โดยพารามิเตอร์แต่ละตัวในแบบจำลอง ได้แก่

$I = \{1, 2, \dots, m\}$  แทนเซตของโรงงาน

$J = \{1, 2, \dots, n\}$  แทนเซตของศูนย์กระจายสินค้า

$K = \{1, 2, \dots, p\}$  แทนเซตของลูกค้า

$f_j =$  ค่าใช้จ่ายในการสร้างศูนย์กระจายสินค้าในพื้นที่  $j$

$C_{ij} =$  ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าโรงงาน  $i$  ไปยังศูนย์

กระจายสินค้า  $j$

- $C_{jk}^*$  = ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าจากศูนย์กระจาย  
สินค้า  $j$  ไปยังลูกค้า  $k$
- $P_i$  = ความสามารถในการจุสินค้าของโรงงาน  $i$
- $P_j^*$  = ความสามารถในการจุสินค้าของศูนย์กระจาย  
สินค้า  $j$
- $D_k$  = ปริมาณความต้องการของลูกค้าคนที่  $k$

ตัวแปรตัดสินใจในแบบจำลอง ได้แก่

- $z_j$  = ตัวแปรตัดสินใจ มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ ตัดสินใจสร้าง  
ศูนย์กระจายสินค้าบนพื้นที่  $j$  และมีค่าเท่ากับ 0  
ในกรณีอื่นๆ
- $x_{ij}$  = ปริมาณสินค้าที่ถูกส่งจากโรงงาน  $i$  ไปยังศูนย์  
กระจายสินค้า  $j$
- $y_{jk}$  = ปริมาณสินค้าที่ถูกส่งจากศูนย์กระจายสินค้า  $j$   
ไปยังลูกค้า  $k$

แบบจำลองของปัญหาระดับบนมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์  
เพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสมในการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้า  
และหาวิธีจัดสรรสินค้าจากโรงงานไปยังศูนย์กระจายสินค้า  
เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของศูนย์กระจายสินค้าแต่ละ  
แห่งเพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการดำเนินการโดยรวมน้อยที่สุด  
ดังแสดงในสมการที่ (5) ภายใต้ข้อจำกัดที่กำหนดว่าต้องมี  
การสร้างศูนย์กระจายสินค้าอย่างน้อย 1 แห่ง ข้อจำกัดนี้  
แสดงด้วยสมการที่ (6) ข้อจำกัดด้านความสามารถในการ  
ผลิตสินค้าของโรงงานแต่ละแห่งและข้อจำกัดด้านปริมาณ  
ความจุหรือการให้บริการของศูนย์กระจายสินค้าถูกแสดงใน  
สมการที่ (7) และ (8) ตามลำดับ ข้อจำกัดที่ (9) เป็นการ  
กำหนดให้มีการจัดสรรสินค้าจากโรงงานผ่านศูนย์กระจาย  
สินค้าเพื่อทำการจัดส่งไปยังลูกค้าให้เพียงพอต่อความ  
ต้องการของลูกค้าทั้งหมด

ในปัญหาระดับล่างเป็นการตัดสินใจของลูกค้าเพื่อ  
เลือกใช้บริการหรือรับสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้า โดย  
ต้องการให้มีค่าใช้จ่ายในการบริโภคสินค้าหรือบริการมีค่า  
น้อยที่สุด โดยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของแบบจำลองระดับล่าง

ถูกแสดงในสมการที่ (10) ข้อจำกัดที่ (11) เป็นการ  
กำหนดให้ศูนย์กระจายสินค้ามีการจัดสรรสินค้าหรือบริการ  
ให้เพียงพอต่อความต้องการของลูกค้าทั้งหมด และข้อจำกัด  
ที่ (12) เป็นการกำหนดว่าลูกค้าสามารถรับบริการหรือสินค้า  
ได้จากศูนย์กระจายสินค้าก็ต่อเมื่อศูนย์กระจายสินค้านั้นได้  
ถูกสร้างขึ้น

### 3. ขั้นตอนวิธีการหาคำตอบ

โดยทั่วไปปัญหาการกำหนดการสองระดับยากต่อการหา  
คำตอบเพราะเป็นปัญหาเอ็นพีแบบยาก ในบทความนี้ได้  
นำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาการกำหนดการสองระดับดังนี้  
กำหนดผลเฉลยเริ่มต้นของปัญหาระดับบน  $(z_j, x_{ij})$  โดย  
ให้มีการเปิดศูนย์กระจายสินค้าทุกแห่ง  $(z_j = 1, \forall j)$   
และ ปริมาณการส่งสินค้าจากโรงงานมายังศูนย์กระจาย  
สินค้าแต่ละแห่งมีค่าเท่ากับความสามารถในการให้บริการ  
ของศูนย์กระจายสินค้า  $(\sum_{i=1}^m x_{ij} = P_j^*, \forall j)$  จากนั้นใช้  
ผลเฉลยเริ่มต้นนี้ให้มาแก้ปัญหาระดับล่างด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งใน  
6 วิธีที่จะกล่าวถัดไปในบทความนี้ เมื่อได้คำตอบของปัญหา  
ระดับล่างเป็นปริมาณการส่งสินค้าของลูกค้าแต่ละคนต่อ  
ศูนย์กระจายสินค้าแต่ละแห่ง  $(y_{jk})$  แล้วทำการพิจารณา  
เลือกปิดศูนย์กระจายสินค้าที่ไม่มีการส่งสินค้าจากลูกค้าคน  
ใดเลย จากนั้นนำผลเฉลยในปัญหาระดับล่างกลับไปแทนใน  
ปัญหาระดับบนเพื่อหาผลเฉลยในปัญหาระดับบนอีกครั้ง

งานวิจัยนี้ได้พิจารณาปัญหาที่มีข้อจำกัดด้านการผลิต  
สินค้าในโรงงานและมีข้อจำกัดด้านความจุสินค้าในศูนย์  
กระจายสินค้า ซึ่งในปัญหาระดับบนศูนย์กระจายสินค้า  
สามารถรับสินค้าได้จากโรงงานมากกว่าหนึ่งโรงงานเพื่อให้  
เพียงพอต่อความต้องการของลูกค้าในปัญหาระดับล่าง  
เช่นเดียวกับปัญหาระดับล่างที่ลูกค้าสามารถรับสินค้าหรือ  
บริการได้จากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่งเพื่อให้  
เพียงพอต่อความต้องการของลูกค้าเอง ดังนั้นปัญหา  
ระดับบนและปัญหาระดับล่างจึงมีลักษณะของปัญหาที่  
คล้ายคลึงกัน ผู้ศึกษาได้ทำการเสนอวิธีการหาคำตอบในการ  
กระจายสินค้าของปัญหาระดับล่างอย่างละเอียดทั้ง 6 วิธี ซึ่ง  
สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาระดับบนได้เช่นเดียวกัน

ปัญหาระดับล่างเป็นการจัดสรรลูกค้าให้แก่ศูนย์กระจายสินค้าโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการซื้อสินค้าทั้งหมดของลูกค้าแต่ละคนมีค่าต่ำที่สุด นั่นคือลูกค้าแต่ละคนมีความต้องการรับสินค้าหรือบริการจากศูนย์กระจายสินค้าที่ใกล้ที่สุดและต้องการรับสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้าเพียงแห่งเดียวเพื่อไม่ให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งเพิ่มขึ้นอีก แต่เนื่องจากศูนย์กระจายสินค้าที่เราพิจารณามีข้อจำกัดทางด้านความจุสินค้าดังนั้นจึงอาจเกิดเหตุการณ์ที่ลูกค้ารับสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่ง

ขั้นตอนวิธีการจัดสรรลูกค้าให้แก่ศูนย์กระจายสินค้าในงานวิจัยนี้จึงสามารถแบ่งออกเป็น 2 วิธี หลักๆ คือ 1) แบ่งรับสินค้าที่หลัง (No Splitting) 2) แบ่งรับสินค้าทันที (Splitting) ซึ่งทั้งสองวิธีมีการพิจารณาเลือกจัดสรรลูกค้าก่อนหรือหลังแตกต่างกันทั้งหมด 3 แบบ โดยอธิบายขั้นตอนอย่างละเอียดดังต่อไปนี้

### 3.1 วิธีแบ่งรับสินค้าที่หลัง (No Splitting)

วิธีการแบ่งรับสินค้าที่หลังเป็นการจัดสรรลูกค้าให้กับศูนย์กระจายสินค้าที่สามารถให้บริการได้เพียงแห่งเดียวก่อน หากลูกค้าไม่สามารถรับบริการได้จากศูนย์กระจายสินค้าใดเลย ลูกค้าจะถูกข้ามการพิจารณาไปก่อนแล้วจะถูกนำมาจัดสรรอีกครั้งหลังจากจัดสรรลูกค้าคนอื่นเสร็จสิ้นแล้ว ดังนั้นลูกค้าคนดังกล่าวจะต้องมีการรับสินค้าหรือบริการจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่ง

#### 3.1.1 การเลือกลูกค้าแบบสุ่ม (วิธี 3.1.1)

ขั้นตอนวิธีนี้เป็นการศึกษาลูกค้าที่จะมาอยู่ในลำดับของการจัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้าสู่ลูกค้าในรูปแบบการสุ่ม จากนั้นลูกค้าจะได้รับสินค้าหรือบริการจากศูนย์กระจายสินค้าที่ใกล้ที่สุดที่มีปริมาณสินค้าเพียงพอต่อความต้องการของลูกค้า วิธีนี้จัดสรรนี้สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับลูกค้าคนที่  $k$  ระยะทางระหว่างลูกค้า กับศูนย์กระจายสินค้าถูกเรียงลำดับจากน้อยไปหามากเรียกศูนย์กระจายสินค้าที่ถูกเรียงลำดับว่า  $DC_{k1}, DC_{k2}, \dots, DC_{kn}$

ถ้าความต้องการของลูกค้าคนที่  $k$  มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับความสามารถในการบริการของศูนย์กระจายสินค้า  $DC_{k1}$  แล้ว ลูกค้าคนที่  $k$  จะได้รับการจัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้าแห่งนั้น แต่ถ้าลูกค้าไม่สามารถรับบริการจากศูนย์กระจายสินค้าที่ใกล้ที่สุดได้ศูนย์กระจายสินค้าที่ใกล้ถัดไป  $DC_{k2}$  จะถูกนำมาพิจารณา ถ้าหากพิจารณาศูนย์กระจายสินค้าทั้งหมดแล้วไม่สามารถให้บริการแก่ลูกค้าคนที่  $k$  ได้ ลูกค้าคนนี้จะถูกนำไปพิจารณาอีกครั้งเมื่อลูกค้าคนอื่นได้ถูกพิจารณาไปจนหมดแล้ว เพราะจะต้องทำการจัดสรรสินค้าหรือบริการจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่ง

#### 3.1.2 การเลือกลูกค้าโดยพิจารณาจากความต้องการสินค้า (วิธี 3.1.2)

ขั้นตอนวิธีนี้ความต้องการสินค้าของลูกค้าเป็นสิ่งที่ถูกนำมาพิจารณาเป็นอันดับแรก ลูกค้าที่มีความต้องการมากที่สุดจะถูกนำมาจัดสรรให้แก่ศูนย์กระจายสินค้าก่อน จากนั้นพิจารณาลูกค้าที่มีความต้องการมากเป็นลำดับต่อไป จนกระทั่งถึงลูกค้าคนสุดท้ายที่มีความต้องการสินค้าน้อยที่สุดเป็นลำดับสุดท้าย วิธีนี้จัดสรรนี้สามารถอธิบายได้ดังนี้

นำความต้องการสินค้าของลูกค้าทั้งหมดมาเรียงลำดับจากมากไปน้อย เรียกลูกค้าที่ถูกเรียงความต้องการแล้วว่าลูกค้าคนที่  $1, 2, 3, \dots, p$  พิจารณาจัดสรรสินค้าให้แก่ลูกค้าคนที่  $1, 2, 3, \dots, p$  ตามลำดับซึ่งวิธีการจัดสรรนั้นทำเช่นเดียวกับวิธี 3.1.1 นั่นคือลูกค้าแต่ละคนจะได้รับบริการจากศูนย์กระจายสินค้าเพียงแห่งเดียวที่ใกล้ที่สุดก่อน ถ้าไม่สามารถรับบริการได้จะพิจารณาศูนย์กระจายสินค้าที่ใกล้ถัดถัดไป พิจารณาเช่นนี้ไปจนกว่าจะครบทุกแห่ง หากไม่สามารถจัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้าใดได้เลย ลูกค้าคนนั้นจะถูกนำมาพิจารณาอีกครั้งในตอนสุดท้ายเพื่อรับบริการหรือสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่ง

### 3.1.3 การเลือกลูกค้าโดยพิจารณาจากความ ต้องการสินค้า และเลือกศูนย์กระจายสินค้าจากความ จุสินค้า (วิธี 3.1.3)

ขั้นตอนวิธีนี้เป็น การลดจำนวนลูกค้าที่รับสินค้าหรือ บริการจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่ง โดยการ พิจารณาความต้องการสินค้าของลูกค้าและความจุหรือ ความสามารถในการให้บริการของศูนย์กระจายสินค้าไป พร้อม ๆ กัน นั่นคือ ลูกค้าที่มีความต้องการมากที่สุดจะถูก นำมาจัดสรรให้แก่ศูนย์กระจายสินค้าที่มีความจุหรือ ความสามารถในการให้บริการมากที่สุด จากนั้นพิจารณา ลูกค้าที่มีความต้องการมากเป็นลำดับต่อไปโดยจัดสรรให้กับ ศูนย์กระจายสินค้าที่มีความสามารถในการให้บริการจาก มากไปหาน้อยเช่นเดียวกับการพิจารณาความต้องการของ ลูกค้า วิธีการจัดสรรสามารถอธิบายได้ดังนี้

เรียงลำดับความต้องการสินค้าของลูกค้าทั้งหมดจาก มากไปน้อย เรียกลูกค้าที่ถูกเรียงความต้องการแล้วว่าลูกค้า คนที่  $1, 2, 3, \dots, p$  จากนั้นนำความจุหรือความสามารถใน การให้บริการสินค้าของศูนย์กระจายสินค้ามาเรียงลำดับจาก มากไปน้อย เรียกศูนย์กระจายสินค้าที่เรียงลำดับแล้วว่า  $DC_1, DC_2, \dots, DC_n$  พิจารณาจัดสรรลูกค้าคนที่  $k, k=1, 2, 3, \dots, p$  และศูนย์กระจายสินค้าแห่งที่  $i, i=1$  ถ้าความต้องการของลูกค้าคนที่  $k$  มีค่าน้อยกว่า หรือเท่ากับความสามารถในการบริการของศูนย์กระจาย สินค้า  $DC_i$  แล้ว ลูกค้าคนที่  $k$  จะได้รับการจัดสรรสินค้า จากศูนย์กระจายสินค้าแห่งนั้น แต่ถ้าลูกค้าไม่สามารถรับ การบริการจากศูนย์กระจายสินค้าแห่งนั้นได้ ให้  $i=i+1$  แล้วพิจารณาศูนย์กระจายสินค้าแห่งถัดไป  $DC_i$  ถ้าหาก พิจารณาศูนย์กระจายสินค้าทั้งหมดแล้วไม่สามารถให้บริการ แก่ลูกค้าคนที่  $k$  ได้ ลูกค้าคนนี้จะถูกนำไปพิจารณาอีกครั้ง เมื่อลูกค้าคนอื่นได้ถูกพิจารณาไปจนหมดแล้ว เพราะจะต้อง ทำการจัดสรรสินค้าหรือบริการจากศูนย์กระจายสินค้า มากกว่าหนึ่งแห่ง

### 3.2 วิธีแบ่งรับสินค้าทันที (Splitting)

วิธีการแบ่งรับสินค้าทันทีเป็นการจัดสรรลูกค้าให้กับ ศูนย์กระจายสินค้าที่ใกล้ที่สุดถึงแม้ว่าความจุหรือ

ความสามารถในการให้บริการสินค้าอาจไม่เพียงพอต่อความ ต้องการของลูกค้า โดยจะจัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจาย สินค้าที่ใกล้ที่สุดและศูนย์กระจายสินค้าที่ใกล้แห่งถัดไป เรื่อย ๆ จนกว่าจะเพียงพอต่อความต้องการของลูกค้า

#### 3.2.1 การเลือกลูกค้าแบบสุ่ม (วิธี 3.2.1)

วิธีนี้เป็น การพิจารณาลูกค้าที่จะมาอยู่ในลำดับของการ จัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้าสู่ลูกค้าในรูปแบบการ สุ่ม จากนั้นลูกค้าจะได้รับสินค้าหรือบริการจากศูนย์ กระจายสินค้าที่ใกล้ที่สุดเท่าที่ความสามารถของศูนย์ กระจายสินค้าจะให้บริการได้ ถ้าจำนวนสินค้าที่ยังไม่ เพียงพอต่อความต้องการของลูกค้า ก็จะทำการจัดสรรสินค้าจาก ศูนย์กระจายสินค้าที่อยู่ใกล้ถัดไปให้แก่ลูกค้าเท่าที่ ความสามารถของศูนย์กระจายสินค้าแห่งนั้นจะทำได้ หาก ยังไม่เพียงพอต่อความต้องการของลูกค้า ก็จะพิจารณาศูนย์ กระจายสินค้าแห่งถัดไปเรื่อยๆจนกว่าลูกค้าจะได้สินค้าครบ ตามความต้องการ

สำหรับลูกค้าคนที่  $k$  ระยะทางระหว่างลูกค้ากับศูนย์ กระจายสินค้าถูกเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก เรียกศูนย์ กระจายสินค้าที่ถูกเรียงลำดับว่า  $DC_{k1}, DC_{k2}, \dots, DC_{kn}$  ลูกค้าคนที่  $k$  จะได้รับการจัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจาย สินค้า  $DC_{k1}$  เท่าที่ศูนย์กระจายสินค้า  $DC_{k1}$  จะให้บริการได้ ถ้ายังไม่เพียงพอต่อความต้องการของลูกค้าคนที่  $k$  ลูกค้า คนดังกล่าวจะได้รับการจัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้า ที่ใกล้แห่งถัดไป  $DC_{k2}$  ทำเช่นนั้นจนกว่าลูกค้าคนที่  $k$  จะ ได้รับสินค้าครบตามความต้องการ

#### 3.2.2 การเลือกลูกค้าโดยพิจารณาจากความ ต้องการสินค้า (วิธี 3.2.2)

ขั้นตอนวิธีนี้เลือกพิจารณาลูกค้าแบบเดียวกับวิธีใน 3.1.2 คือพิจารณาลูกค้าโดยเรียงจากลูกค้าที่มีความต้องการสินค้า จากมากไปหาน้อย จากนั้นจัดสรรลูกค้าให้แก่ศูนย์ กระจายสินค้าโดยการแบ่งรับสินค้าทันทีถ้าความจุหรือ ความสามารถในการให้บริการของศูนย์กระจายสินค้าไม่ เพียงพอต่อความต้องการเช่นเดียวกับวิธี 3.2.1



### 3.2.3 การเลือกลูกค้าโดยพิจารณาจากความ ต้องการสินค้า และเลือกศูนย์กระจายสินค้าจากความ จุสินค้า (วิธี 3.2.3)

วิธีนี้ทำการพิจารณาความต้องการสินค้าของลูกค้า และความจุหรือความสามารถในการให้บริการของศูนย์ กระจายสินค้าไปพร้อมๆกันเช่นเดียวกับวิธี 3.1.3 โดยใช้ วิธีจัดสรรแบบแบ่งรับสินค้าทันทีซึ่งมีความแตกต่างกับวิธี 3.1.3 ตรงที่มีการจัดสรรสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้าที่ ใกล้ที่สุดให้กับลูกค้าเลยถึงแม้จะไม่เพียงพอต่อความ ต้องการของลูกค้า โดยจะรับสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้า หลายแห่งจนกว่าจะเพียงพอต่อความต้องการของลูกค้า

ปัญหาระดับล่างเป็นการหาวิธีการเลือกรับบริการ หรือบริโภคสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้าโดยมี วัตถุประสงค์เพื่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้ามีค่าต่ำ ที่สุด ในบทความนี้ได้นำเสนอฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในรูป ของระยะทางระหว่างลูกค้ากับศูนย์กระจายสินค้าโดยรวม ทั้งระบบซึ่งแปรผันโดยตรงกับค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้า เนื่องจากขั้นตอนวิธีหาคำตอบทั้ง 6 วิธี มีรูปแบบวิธีการ เลือกลูกค้า ศูนย์กระจายสินค้า และวิธีแบ่งรับสินค้า คล้ายคลึงกันในแต่ละวิธี ดังนั้นจึงได้นำเสนอแนวคิดวิธีการ หาคำตอบของขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธี เปรียบเทียบกันดังแสดง ในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบแนวคิดของขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธี

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบการเลือกพิจารณาลูกค้า		รูปแบบการเลือกศูนย์กระจายสินค้า		รูปแบบการรับสินค้า	
	ลูกค้าแบบ สุ่ม	ลูกค้าที่มีความ ต้องการ สินค้า จากมากไปน้อย	ศูนย์กระจาย สินค้าที่ใกล้ที่สุด ก่อน	ศูนย์กระจายสินค้าที่ มีความสามารถใน การให้บริการมาก ที่สุดก่อน	แบ่งรับ สินค้าทันที	แบ่งรับ สินค้าทีหลัง
วิธี 3.1.1	✓	-	✓	-	✓	-
วิธี 3.1.2	-	✓	✓	-	✓	-
วิธี 3.1.3	-	✓	-	✓	✓	-
วิธี 3.2.1	✓	-	✓	-	-	✓
วิธี 3.2.2	-	✓	✓	-	-	✓
วิธี 3.2.3	-	✓	-	✓	-	✓

#### 4. ผลการจำลองสถานการณ์ทางคอมพิวเตอร์

งานวิจัยนี้ได้มีการทดสอบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธี ที่ได้นำเสนอไปข้างต้น โดยการจำลองปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าในปัญหาาระดับล่างผ่านโปรแกรม Matlab ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบปัญหาที่มีขนาดของปัญหา (จำนวนศูนย์กระจายสินค้า×จำนวนลูกค้า) แตกต่างกันไปทั้งหมด 9 ขนาด ดังนี้ (50×100) (100×100) (200×500) (500×1000) (1000×2000) (2000×3000) (3000×4000) (4000×5000) และ (5000×5500) ปัญหาทั้ง 9 ขนาด ถูกจำลองขึ้นมา 20 ตัวอย่าง เพื่อหาคำตอบด้วยขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธี โดยข้อมูลที่จำลองขึ้นมาเป็นข้อมูลที่ได้จากการสุ่มข้อมูลในช่วงที่แตกต่างกัน นั่นคือ ปัญหาที่มีขนาดของปัญหาตั้งแต่ (50×100) ไปจนถึง (500×1000) ระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้าได้จากการสุ่มข้อมูลในช่วง [1-500] ปริมาณความต้องการสินค้าหรือบริการของลูกค้าเกิดจากการสุ่มข้อมูลในช่วง [1-500] และความจุหรือความสามารถในการให้บริการของศูนย์กระจายสินค้าถูกสุ่มในช่วง [200-1000] ปัญหาที่มีขนาดของปัญหาตั้งแต่ (1000×2000) ไปจนถึง (5000×5500) ระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้าถูกสุ่มในช่วง [1-1000] ปริมาณความต้องการสินค้าหรือบริการของลูกค้าได้จากการสุ่มข้อมูลในช่วง [1-1000] และความจุหรือความสามารถในการให้บริการของศูนย์กระจายสินค้าเกิดจากการสุ่มข้อมูลในช่วง [500-10,000] ภายใต้เงื่อนไขที่ว่า ผลรวมของความต้องการสินค้าของลูกค้าทุกคนมีค่าไม่เกินผลรวมของปริมาณความสามารถในการให้บริการของศูนย์กระจายสินค้าทั้งหมด

ค่าใช้จ่ายในปัญหาาระดับล่างเป็นค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้าซึ่งมีความสัมพันธ์โดยตรงกับระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้า ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงแสดงค่าใช้จ่ายในปัญหาาระดับล่างด้วยระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้า โดยรวมของคำตอบ ตารางที่ 2 แสดงค่าเฉลี่ยของ

ระยะทางโดยรวมทั้งระบบในปัญหาาระดับล่างที่ใช้วิธีการหาคำตอบที่ได้นำเสนอในบทความนี้ทั้ง 6 วิธี เปรียบเทียบกับผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้โปรแกรม CPLEX ในการแก้หาคำตอบ และตารางที่ 3 แสดงค่าเฉลี่ยของเวลาในการคำนวณหาคำตอบในปัญหาาระดับล่างที่สร้างขึ้นด้วยโปรแกรม Matlab 7.11.0 เปรียบเทียบกับเวลาในการคำนวณหาคำตอบที่ดีที่สุดโดยใช้โปรแกรม CPLEX ผ่านเครื่องคอมพิวเตอร์ Toshiba Satellite L310 Intel Core 2 Duo CPU P73502.00 GHz Ram 4 GB และตารางที่ 4 แสดงค่าเฉลี่ยของจำนวนศูนย์กระจายสินค้าที่ทำการเปิดให้บริการในแต่ละขั้นตอนวิธี

เนื่องจากขั้นตอนวิธีที่ 3.1.1 และ 3.2.1 เป็นการเลือกพิจารณาลูกค้าที่ให้บริการโดยการสุ่ม ดังนั้นเมื่อมีการเลือกสุ่มพิจารณาลูกค้าก่อนหลังแตกต่างกัน คำตอบที่ได้ในแต่ละครั้งจึงแตกต่างกัน วิธี 3.1.1 และ 3.2.1 ตัวอย่างทั้ง 20 ชุด ที่ได้สร้างขึ้นมานั้นได้มีการทำซ้ำ 5 ครั้ง ในแต่ละชุดเพื่อหาค่าเฉลี่ยของระยะทางดังแสดงในตารางที่ 2 จากตารางที่ 2 จะเห็นได้ว่าเมื่อปัญหามีขนาดเล็กในที่นี้คือมีจำนวนของศูนย์กระจายสินค้าและลูกค้าตั้งแต่ (50×100) ถึง (1000×2000) ค่าเฉลี่ยของระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้าและลูกค้าที่ใช้วิธีแบ่งรับสินค้าที่หลังกับวิธีแบ่งรับสินค้าทันทีไม่สามารถบอกได้แน่ชัดว่าวิธีใดให้คำตอบที่ดีกว่ากันนอกจากนี้คำตอบที่ได้จากขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธี ยังมีความคลาดเคลื่อนจากคำตอบที่ดีที่สุดจากโปรแกรม CPLEX ค่อนข้างมากจึงได้มีการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One-Way ANOVA) ของคำตอบพบว่ามีความเฉลี่ยของคำตอบอย่างน้อย 1 คู่ ที่แตกต่างกันและเปรียบเทียบเชิงซ้อน (Multiple comparison) โดยใช้วิธี Tukey's HSD (Tukey's Honestly Significant Different) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างคู่ พบว่าปัญหาขนาด (50×100) มีเพียงคำตอบที่ได้จากขั้นตอนวิธีที่ 3.1.2 วิธีเดียวเท่านั้นที่มีค่าเฉลี่ยของคำตอบไม่แตกต่างจากคำตอบที่ดีที่สุด ส่วนปัญหาขนาด (100×100) มีเพียง

2 ขั้นตอน วิธีที่มีค่าเฉลี่ยของคำตอบแตกต่างจากคำตอบที่ดีที่สุดนั่นคือวิธีที่ 3.1.3 และ 3.2.3 ในปัญหาที่มีขนาดใหญ่ในที่นี่คือมีจำนวนของศูนย์กระจายสินค้าและลูกค้าตั้งแต่ 2000x3000) ถึง (5000x5500) ค่าเฉลี่ยของระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้าและลูกค้าที่ใช้วิธีแบ่งรับสินค้าที่หลังให้คำตอบที่ดีกว่าวิธีการแบ่งรับสินค้าทันที ตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาคำตอบของปัญหาขนาด (50x100) และ (100x100) ด้วยวิธีที่ได้นำเสนอข้างต้นทั้ง 6 วิธีมีค่าน้อยกว่าเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่ดีที่สุด

ที่สุดโดยโปรแกรม CPLEX ค่อนข้างมากและเมื่อปัญหามีขนาดตั้งแต่ (200x500) ขึ้นไป โปรแกรม CPLEX ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ ในขณะที่ขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธีที่นำเสนอสามารถหาคำตอบของปัญหาได้ในเวลาไม่เกิน 20 วินาที นอกจากนี้ในตารางที่ 3 ยังแสดงให้เห็นว่าวิธีการแบ่งรับสินค้าทันทีใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่าวิธีการแบ่งรับสินค้าที่หลังโดยที่มีวิธีการเลือกพิจารณาลูกค้าแบบเดียวกัน

ตารางที่ 2 ค่าเฉลี่ยของระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้าโดยรวมทั้งระบบในปัญหาระดับล่าง

ศูนย์กระจายสินค้า x ลูกค้า	ระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้าและลูกค้าโดยรวม (กิโลเมตร)								คำตอบที่ดีที่สุด CPLEX
	วิธีแบ่งรับสินค้าที่หลัง				วิธีแบ่งรับสินค้าทันที				
	วิธี 3.1.1		วิธี 3.1.2	วิธี 3.1.3	วิธี 3.2.1		วิธี 3.2.2	วิธี 3.2.3	
	ค่าเฉลี่ย	95% SD			ค่าเฉลี่ย	95% SD			
50x100	638.27	[10.60,159.55]	521.65	4,989.25	551.37	[19.23,146.87]	664.30	6,804.00	337
100x100	203.09	[2.00,11.76]	200.25	5,049.25	231.04	[2.97,11.99]	235.30	6,336.40	182.5
200x500	2,482.00	[79.86,352.48]	2,961.00	31,471.50	1,710.10	[31.30,154.29]	2,247.55	34,904.90	-
500x1000	1,551.14	[33.88,144.23]	1,161.90	50,618.55	1,523.24	[8.88,42.82]	1,562.65	67,858.75	-
1000x2000	3,298.90	[2.55,9.78]	3,291.30	996,430.60	3,433.53	[4.10,19.73]	3,440.75	1,045,697.50	-
2000x3000	3,523.15	[1.58,6.14]	3,528.15	1,501,149.35	3,649.24	[1.92,9.55]	3,664.35	1,576,672.90	-
3000x4000	4,240.03	[0.89,5.12]	4,243.05	2,001,321.70	4,385.03	[1.34,7.56]	4,391.30	2,102,325.40	-
4000x5000	5,108.80	[0.84,4.69]	5,109.30	2,507,202.10	5,293.62	[2.17,7.05]	5,293.25	2,627,661.45	-
5000x5500	5,542.42	[0.45,2.74]	5,543.00	2,752,047.90	5,745.11	[1.92,4.87]	5,746.45	2,886,910.20	-

ตารางที่ 3 ค่าเฉลี่ยของเวลาในการประมวลผลหาคำตอบในปัญหาาระดับล่าง

ศูนย์กระจาย สินค้า x ลูกค้า	เวลาในการประมวลผล (วินาที)						CPLEX
	วิธีแบ่งรับสินค้าที่หลัง			วิธีแบ่งรับสินค้าทันที			
	วิธี 3.1.1	วิธี 3.1.2	วิธี 3.1.3	วิธี 3.2.1	วิธี 3.2.2	วิธี 3.2.3	
50x100	0.01092	0.00780	0.00468	0.00234	0.00702	0.00234	741.5940
100x100	0.01950	0.00546	0.01014	0.00546	0.00858	0.00702	5.3075
200x500	0.08346	0.07332	0.07254	0.06942	0.07332	0.07878	-
500x1000	0.36192	0.36660	0.35256	0.34008	0.37908	0.40794	-
1000x2000	1.49527	1.49449	1.39933	1.45627	1.59199	1.62397	-
2000x3000	4.65975	4.37427	4.40625	4.46709	4.81185	4.77519	-
3000x4000	9.34758	8.76258	8.81328	8.92404	9.42090	9.25398	-
4000x5000	15.10948	13.67583	13.79049	13.27101	14.08923	14.44959	-
5000x5500	21.73718	19.70371	19.41120	19.44630	20.80741	20.75359	-

ตารางที่ 4 ค่าเฉลี่ยของจำนวนศูนย์กระจายสินค้าที่สร้างขึ้นในปัญหาาระดับล่าง

ศูนย์กระจาย สินค้า x ลูกค้า	จำนวนศูนย์กระจายสินค้าที่สร้างขึ้น (แห่ง)							
	วิธีแบ่งรับสินค้าที่หลัง				วิธีแบ่งรับสินค้าทันที			
	วิธี 3.1.1		วิธี 3.1.2	วิธี 3.1.3	วิธี 3.2.1		วิธี 3.2.2	วิธี 3.2.3
	ค่าเฉลี่ย	95% SD			ค่าเฉลี่ย	95% SD		
50x100	49	[0.45,1.67]	49	37	49	[0.00,1.41]	50	35
100x100	69	[0.55,2.97]	69	29	74	[0.45,2.28]	76	29
200x500	200	[0.00,1.52]	200	200	200	[0.00,0.89]	200	191
500x1000	476	[0.89,4.98]	484	359	478	[1.30,5.03]	491	343
1000x2000	861	[0.00,3.03]	863	107	872	[0.55,3.36]	872	107
2000x3000	1,435	[1.34,4.72]	1,440	157	1,454	[0.55,6.91]	1,465	157
3000x4000	1,878	[1.79,7.76]	1,885	207	1,904	[1.82,9.84]	1,921	207
4000x5000	2,201	[2.05,8.75]	2,214	258	2,232	[1.30,10.32]	2,258	258
5000x5500	2,355	[2.55,8.11]	2,371	283	2,390	[1.79,8.72]	2,426	283

## 5. สรุปผลและข้อเสนอแนะ

ปัญหาการจัดตั้งศูนย์กระจายสินค้าในรูปแบบจำลอง กำหนดการสองระดับได้ถูกนำเสนอในงานวิจัยนี้ โดยที่ปัญหาระดับบนเป็นการหาตำแหน่งที่ตั้งศูนย์กระจายสินค้า และการจัดสรรสินค้าจากโรงงานไปยังศูนย์กระจายสินค้า เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าและค่าใช้จ่ายในการสร้างศูนย์กระจายสินค้ามีค่าต่ำที่สุด ส่วนปัญหาระดับล่างเป็นการหาวิธีจัดสรรสินค้าหรือบริการจากศูนย์กระจายสินค้าไปยังลูกค้า เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของลูกค้า โดยต้องการให้ค่าใช้จ่ายโดยรวมของลูกค้ามีค่าต่ำที่สุด ขั้นตอนวิธีที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นการหาวิธีการจัดส่งสินค้าในปัญหาระดับล่างซึ่งมีทั้งหมด 6 วิธี คือ วิธีเลือกลูกค้าแบบสุ่ม และทำการแบ่งรับสินค้าที่หลัง วิธีเลือกลูกค้าตามปริมาณความต้องการสินค้าและทำการแบ่งรับสินค้าที่หลัง วิธีการเลือกลูกค้าตามปริมาณสินค้า เลือกศูนย์กระจายสินค้าตามความจุหรือความสามารถและทำการแบ่งรับสินค้าที่หลัง วิธีการเลือกลูกค้าแบบสุ่มและทำการแบ่งรับสินค้าทันที วิธีการเลือกลูกค้าตามความต้องการสินค้าและทำการแบ่งรับสินค้าทันที วิธีเลือกลูกค้าตามความต้องการสินค้า เลือกศูนย์กระจายสินค้าตามความจุและทำการแบ่งรับสินค้าทันที การทดสอบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธี ได้ทำการสร้างข้อมูลทางคอมพิวเตอร์สำหรับปัญหาระดับล่างที่มีขนาดของปัญหาที่แตกต่างกันทั้งหมด 9 ขนาด ซึ่งแต่ละขนาดมีการจำลองตัวอย่าง 20 ชุด และในขั้นตอนวิธีที่ 3.1.1 และ 3.1.4 มีการทดสอบการเลือกสุ่มลูกค้าที่แตกต่างกันอีกชุดละ 5 วิธี

จากผลการทดสอบพบว่า สำหรับปัญหามีขนาดเล็ก หรือปัญหาที่มีจำนวนของศูนย์กระจายสินค้าและลูกค้าตั้งแต่ (50x100) ถึง (1000x2000) คำตอบที่ได้จากขั้นตอนวิธีที่ได้นำเสนอในบทความนี้ไม่สามารถบอกได้แน่ชัดว่าวิธีใดมีประสิทธิภาพดีที่สุด แต่ในปัญหาที่มีขนาดใหญ่ หรือปัญหาที่มีจำนวนของศูนย์กระจายสินค้าและลูกค้าตั้งแต่ (2000x3000) ถึง (5000x5500) วิธีการเลือกลูกค้าแบบสุ่ม และแบ่งรับสินค้าที่หลัง (วิธี 3.1.1) มีประสิทธิภาพมากกว่าขั้นตอนวิธีอื่น เนื่องจากคำตอบที่ได้จากขั้นตอนวิธีทั้ง 6 วิธีที่ได้นำเสนอในบทความนี้มีค่าเฉลี่ยที่ไม่แตกต่างกันมากนัก

จึงได้ทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวสำหรับปัญหาที่มีประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม หรือ One-Way ANOVA พบว่ามีค่าเฉลี่ยของคำตอบอย่างน้อย 1 คู่ ที่แตกต่างกัน จึงทำการเปรียบเทียบแบบเชิงซ้อนโดยใช้วิธี HSD ของ Tukey (Tukey's Honestly Significant Different) และพบว่าขั้นตอนวิธีที่มีค่าเฉลี่ยของคำตอบไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยยะที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 คือ วิธี 3.1.1 และ 3.1.2, วิธี 3.1.1 และ 3.2.1, วิธี 3.1.1 และ 3.2.2, วิธี 3.1.2 และ 3.2.1, วิธี 3.1.2 และ 3.2.2, วิธี 3.2.1 และ 3.2.2 นอกจากนี้วิธีการเลือกลูกค้าโดยพิจารณาจากความต้องการสินค้าและเลือกศูนย์กระจายสินค้าจากความจุสินค้าไปพร้อมๆกัน (วิธี 3.1.3 และวิธี 3.2.3) เป็นขั้นตอนวิธีที่ไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการจัดสรรลูกค้าให้แก่ศูนย์กระจายสินค้าเนื่องจากเป็นวิธีที่เน้นการลดจำนวนลูกค้าที่รับสินค้าหรือบริการจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่ง โดยไม่คำนึงถึงระยะทางในการขนส่งสินค้าระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้า ทำให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าในขั้นตอนวิธีนี้มีค่ามากกว่าวิธีอื่นๆเป็นอย่างมาก (ตารางที่ 2)

ผลการทดสอบในตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่าค่าเฉลี่ยของระยะทางระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้าโดยรวมทั้งระบบในปัญหาระดับล่างของขั้นตอนวิธีที่ 3.1.1 และ 3.1.2 มีความแตกต่างกันไม่มากนัก โดยวิธีการเลือกพิจารณาลูกค้าในวิธี 3.1.1 และ 3.1.2 คือการเลือกแบบสุ่มและเลือกจากปริมาณความต้องการสินค้าของลูกค้าเป็นหลัก ตามลำดับ ซึ่งวิธีการเลือกพิจารณาลูกค้าแบบสุ่มโดยส่วนใหญ่มักเป็นวิธีการหาคำตอบเริ่มต้น เพราะง่ายในการหาคำตอบ แต่การสุ่มพิจารณาลูกค้านั้นอาจได้ค่าของคำตอบที่ไม่ดีหรือไม่เคียงกับคำตอบที่ดีที่สุด ส่วนการพิจารณาลูกค้าโดยคำนึงถึงปริมาณความต้องการสินค้าของลูกค้าเป็นหลักนั้นเป็นการลดจำนวนลูกค้าที่ได้รับบริการหรือสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่ง ในขั้นตอนวิธีที่ 3.2.1 และ 3.2.2 ก็มีการเลือกพิจารณาลูกค้าแบบสุ่มและพิจารณาจากปริมาณความต้องการสินค้าและบริการของลูกค้าเช่นเดียวกัน แต่มีการรับสินค้าจากศูนย์กระจายที่ใกล้ที่สุดทันที ถึงแม้จะมีการรับบริการหรือสินค้าจากศูนย์กระจายสินค้ามากกว่าหนึ่งแห่งก็ตาม

## 6. เอกสารอ้างอิง

- [1] A. M. Geoffrion and G. W. Graves, "Multicommodity distribution system design by benders decomposition," *Management Science*, Vol. 20, pp. 822-844, 1974.
- [2] C. H. Aikens, "Facility location models for distribution planning," *European journal of operational research*, Vol. 22, pp. 263-279, 1985.
- [3] H. Pikul and V. Jayaraman, "A multi-commodity, multi-plant, capacitated facility location problem: Formulation and efficient heuristic solution," *Computers & Operations research*, Vol. 25, pp. 869-878, 1998.
- [4] K. S. Hindi, T. Basta and K. Pienkosz, "Efficient solution of a multi-commodity two-stage distribution problem with constraints on assignment of customers to distribution centers," *International transactions in operations research*, Vol. 5, pp. 519-528, 1998.
- [5] V. Jayaraman and A. Ross, "A simulated annealing methodology to distribution network design and management," *European journal of operational research*, Vol. 144, pp. 629-645, 2003.
- [6] H. L. Young and G. K. Soon, "The hybrid planning algorithm for the distribution center operation using tabu search and decomposed optimization," *Expert systems with applications*, Vol. 37, pp. 3094-3103, 2010.
- [7] R. G. Jeroslow, "The polynomial hierarchy and a simple model for competitive analysis," *Mathematical Programming*, Vol. 32, pp. 146-164, 1985.
- [8] W. F. Bialas and M. H. Karwan, "Two-level linear programming," *Management science*, Vol. 30, pp. 1004-1020, 1984.
- [9] W. F. Bialas and M. H. Karwan, "On two-level optimization," *IEEE transactions automatic control*, Vol. 27, pp. 211-214, 1983.
- [10] J. F. Bard, "An algorithm for solving the general bilevel programming problem," *Mathematics of Operations research*, Vol. 8, pp. 260-272, 1983.
- [11] W. Candler and R. Townsley, "A linear two-level programming problem," *Computers & Operations research*, Vol. 9, pp. 59-76, 1982.
- [12] J. F. Bard and J. T. Moore, "A branch and bound algorithm for the bi-level programming problem," *SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 11, pp. 281-292, 1990.
- [13] D. J. White and G. Anandalingam, "A penalty function approach for solving bi-level linear programs," *Journal of global optimization*, Vol. 3, pp. 397-419, 1993.
- [14] R. Mathieu, L. Pittard and G. Anadalingam, "Genetic algorithm based approach to bi-level linear programming," *Recherche Operation-nelle/Operations Research*, Vol. 28, pp. 1-21 1994.

- [15] E. Taniguchi, M. Noritake, T. Yamada and T. Izumitani, "Optimal size and location planning of public logistics terminals," *Transportation research part E*, Vol.35, pp. 207-222, 1999.
- [16] B. Huang and N. Liu, "Bilevel programming approach to optimizing a logistic distribution network with balancing requirements," *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, No. 1894, pp. 188-197, 2004.
- [17] S. Huijun, G. Ziyu and W. Jianjun, "A bi-level programming model and solution algorithm for the location of logistics distribution centers," *Applied mathematical modeling*, Vol. 32, pp. 610-616, 2008.